Subject Code: KAS103T

PAPER ID-311677

Roll No:

BTECH
(SEM I) THEORY EXAMINATION 2024-25
ENGINEERING MATHEMATICS-I

TIME: 3 HRS **M.MARKS: 100**

Note: Attempt all Sections. In case of any missing data; choose suitably.

SECTION A

1. Attempt *all* questions in brief. **2 x 10 = 20**

Q no.	Question	CO	Level
a.	If the Matrix A= $\begin{bmatrix} 2 & 3-4i \\ 3+4i & 2 \end{bmatrix}$, then show that the Matrix A is Hermitian. यदि आव्यूह A= $\begin{bmatrix} 2 & 3-4i \\ 3+4i & 2 \end{bmatrix}$ दिया गया है, तो दिखाएँ कि आव्यूह A हर्मिशियन (Hermitian) है।	1	K_1 & K_3
b.	Describe Rank- Nullity theorem. रैंक-नलिटी प्रमेय (Rank-Nullity Theorem) का वर्णन करें।	1	K_1 & K_3
c.	State Lagrange's Mean value theorem. लाग्रेंज का माध्य मान प्रमेय (Lagrange's Mean Value Theorem) का कथन लिखें।	2	K_2 & K_3
d.	Find the envelop of the family of straight lines $m^2x - my + a = 0$ where m is a parameter सपाट रेखाओं के परिवार का आवरण (Envelop) खोजें, जहाँ m एक पैरामीटर है।	2	K_2 & K_3
e.	What is the degree of homogeneous function u(x,y) = $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^n+y^n)$. समानुपाती फलन u(x,y) = $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^n+y^n)$ की घात (Degree) क्या है?	3	K_3 &K_5
f.	If $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = 5$, *then find the value of* $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$. यदि $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = 5$,तो $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$ का मान ज्ञात करें।	3	K_3 &K_5
g.	Evaluate: $\int_0^1\int_0^{x^2} xe^y\ dydx$ मूल्यांकित करें: $\int_0^1\int_0^{x^2} xe^y\ dydx$	4	K_2 & K_3
h.	Change the order of integration in $\int_0^\infty\int_x^\infty f(x,y)\ dydx$ समाकलन $\int_0^\infty\int_x^\infty f(x,y)\ dydx$ के क्रम को बदलें।	4	K_2 & K_3
i.	For the scalar field u = yz+ zx+ xy, find the gradient of u at the point (1,2,3). अदिश क्षेत्र u=yz+zx+xyu = yz + zx + xyu=yz+zx+xy के लिए, बिंदु (1, 2, 3) पर u का ग्रेडिएंट खोजें।	5	K_2 & K_5
j.	State Green's Theorem. ग्रीन प्रमेय (Green's Theorem) का कथन लिखें।	5	K_2 & K_5

SECTION B

2. Attempt any *three* of the following: **10 x 3 = 20**

a.	Interpret the values of λ and μ such that the system $x+y+z=6,\ x+2y+5z=10,\ 2x+3y+\lambda z=\mu$ has I. No solution II. A unique solution III. Infinite number of solutions.	1	K_1 & K_3

Subject Code: KAS103T

PAPER ID-311677

Roll No:

BTECH
(SEM I) THEORY EXAMINATION 2024-25
ENGINEERING MATHEMATICS-I

TIME: 3 HRS **M.MARKS: 100**

	व्याख्या करें कि λ और μ के मान किस प्रकार हैं, ताकि प्रणाली $x+y+z=6,\ x+2y+5z=10,\ 2x+3y+\lambda z=\mu$ में निम्नलिखित स्थितियाँ हो: I. कोई समाधान न हो। II. एक अद्वितीय समाधान हो। III. असीमित संख्या में समाधान हों।		
b.	Verify Rolle's theorem for the function $f(x)=\ x^2-6x+8$ in the interval [2,4]. रोल का प्रमेय (Rolle's Theorem) को फलन $f(x)=\ x^2-6x+8$के लिए सत्यापित करें, जो अंतराल [2,4] में परिभाषित है।	2	K2 & K3
c.	Express the function f(x,y) = $e^x \sin y$ as Taylor's series expansion in powers of x and y. फलन f(x,y) = $e^x \sin y$ को x और y की घात में टेलर श्रृंखला विस्तार के रूप में व्यक्त करें।	3	K3 &K5
d.	Using double integration find the area of the region bounded by the curves $xy=2, 4y=x^2, y=4$. दोहरी समाकलन का उपयोग करके, वक्रों $xy=2, 4y=x^2, y=4$द्वारा घेरित क्षेत्र फल खोजें ।	4	K2 & K3
e.	Find the directional derivative of $\emptyset=\ (x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$ at the point P (3,1,2) in the direction of the vector $yz\hat{i}+zx\hat{j}+xy\hat{k}$. $\emptyset=\ (x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$ के दिशा व्युत्पन्न (Directional Derivative) को बिंदु P(3, 1, 2) पर सदिश $yz\hat{i}+zx\hat{j}+xy\hat{k}$. की दिशा में खोजें।	5	K2 & K5

SECTION C

3. Attempt any *one* part of the following: **10 x 1 = 10**

a.	Determine Eigen values and corresponding Eigen vectors for the Matrix A = $\begin{bmatrix}1&1&3\\1&5&1\\3&1&1\end{bmatrix}$ आव्यूह A = $\begin{bmatrix}1&1&3\\1&5&1\\3&1&1\end{bmatrix}$ के लिए गुणांक मान और संबंधित गुणांक सदिश ज्ञात करें ।	1	K1 & K3
b.	Verify Cayley - Hamilton theorem for the Matrix $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\2&4&5\\3&5&6\end{bmatrix}$ and hence compute A^{-1}. आव्यूह $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\2&4&5\\3&5&6\end{bmatrix}$ के लिए कैली–हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित करें और A^{-1} ज्ञात करें ।	1	K1 & K3

4. Attempt any *one* part of the following: **10 x 1 = 10**

a.	Use Leibnitz theorem to construct the following equation: $(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}-(n^2-m^2)y_n=0,$ if $y=sin(\,a\,sin^{-1}x)$. Also calculate the value of $(y_n)_0$.	2	K2 & K3

Subject Code: KAS103T

PAPER ID-311677

Roll No:

BTECH
(SEM I) THEORY EXAMINATION 2024-25
ENGINEERING MATHEMATICS-I

TIME: 3 HRS **M.MARKS: 100**

	यदि $y = sin(a\,sin^{-1}x)$ है, तो लीबनिट्ज़ प्रमेय का उपयोग करके निम्नलिखित समीकरण बनाएं: $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2-m^2)y_n = 0$, साथ ही $(y_n)_0$ का मान ज्ञात करें।		
b.	Construct the curve: $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$. निम्नलिखित वक्र बनाएं: $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$	2	K2 & K3

5. Attempt any *one* part of the following: 10 x 1 = 10

a.	If $u^3+v^3+w^3 = x+y+z, u^2+v^2+w^2 = x^3+y^3+z^3$ and $u+v+w = x^2+y^2+z^2$ then find the value of $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$. यदि $u^3+v^3+w^3 = x+y+z, u^2+v^2+w^2 = x^3+y^3+z^3$ और $u+v+w = x^2+y^2+z^2$ तो $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$ का मान ज्ञात करें।	3	K3 &K5
b.	A rectangular box open at the top have capacity 32c.c.. Find the dimensions of the box requiring least material for its construction. एक आयताकार बॉक्स , जो ऊपर से खुला है और जिसकी क्षमता 32c. c. है। उस बॉक्स के आयामों को ढूंढें ताकि निर्माण के लिए सबसे कम सामग्री की आवश्यकता हो।	3	K3 &K5

6. Attempt any *one* part of the following: 10 x 1 = 10

a.	Using the transformation $u = x+y, v = x-2y$, find the value of $\iint_R (x+y)^2 dxdy$ where R is the parallelogram in the *xy-plane* with vertices (1, 0), (3, 1), (2,2), (0, 1), परिवर्तन $u = x+y, v = x-2y$ का उपयोग करके $\iint_R (x+y)^2 dxdy$ का मान निकालें जहाँ R, $xy-$समतल में एक समांतर चतुर्भुज है, जिसके शिखर बिंदु (1, 0), (3, 1), (2, 2), (0, 1) हैं।	4	K2 & K3
b.	Compute $\iiint_V x^2\,dxdydz$ over volume of tetrahedron bounded by *x=0, y=0, z=0* and $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c} = 1$. x=0, y=0, z=0 और $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c} = 1$ द्वारा सीमित टेट्राहेड्रॉन के आयतन में $\iiint_V x^2\,dxdydz$ का मान निकालें ।	4	K2 & K3

7. Attempt any *one* part of the following: 10 x 1 = 10

a.	Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = y^2\hat{\imath} + x^2\hat{\jmath} - (x+z)\hat{k}$ *and* C is the boundary of the triangle with vertices at (0,0,0), (1,0,0) & (1,1,0). $\vec{F} = y^2\hat{\imath} + x^2\hat{\jmath} - (x+z)\hat{k}$ के लिए स्टोक्स प्रमेय को सत्यापित करें जहाँ C उस त्रिकोण की सीमा है जिसके शिखर बिंदु (0, 0, 0), (1, 0, 0) और (1, 1, 0) हैं।	5	K2 & K5
b.	Verify divergence theorem for F = $(x^2-yz)\hat{\imath} + (y^2-zx)\hat{\jmath} + (z^2-xy)\hat{k}$ taken over the rectangular parallelopiped $0 \le x \le a, 0 \le y \le b, 0 \le z \le c$. डाइवर्जेंस प्रमेय को सत्यापित करें जहाँ $\vec{F} = (x^2-yz)\hat{\imath} + (y^2-zx)\hat{\jmath} + (z^2-xy)\hat{k}$ को आयताकार समांतर चतुर्भुज $0 \le x \le a, 0 \le y \le b, 0 \le z \le c$ पर लिया गया है।	5	K2 & K5